

解答

1. $y=1-x$

$$\begin{aligned} 2x^2 + y^2 &= 2x^2 + (1-x)^2 \\ &= 3x^2 - 2x + 1 \\ &= 3\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$x = \frac{1}{3}$ のとき最小値 $\frac{2}{3}$, このとき $y = \frac{2}{3}$

$x = \frac{1}{3}, y = \frac{2}{3}$ のとき最小値 $\frac{2}{3}$ …… (答)

2. $y = -2x + 4$

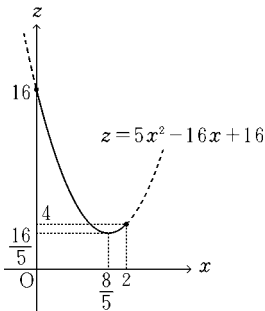
$x \geq 0, y \geq 0$ より $0 \leq x \leq 2$

$$\begin{aligned} z &= x^2 + y^2 = x^2 + (-2x + 4)^2 \\ &= 5x^2 - 16x + 16 \\ &= 5\left(x - \frac{8}{5}\right)^2 + \frac{16}{5} \end{aligned}$$

$x = \frac{8}{5}$ のとき最小値 $\frac{16}{5}$, このとき $y = \frac{4}{5}$

$x = 0$ のとき最大値 16, このとき $y = 4$

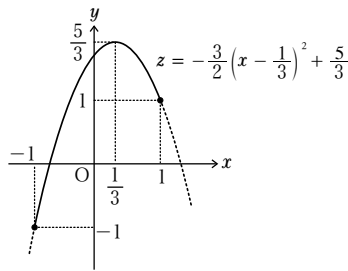
$$\begin{cases} x = \frac{8}{5}, y = \frac{4}{5} \text{ のとき最小値 } \frac{16}{5} \\ x = 0, y = 4 \text{ のとき最大値 } 16 \end{cases} \text{ …… (答)}$$



3. $y^2 = \frac{1}{2}(-x^2 + 1)$

$y^2 \geq 0$ より $-1 \leq x \leq 1$

$$\begin{aligned} z &= x + 3y^2 \\ &= x + \frac{3}{2}(-x^2 + 1) \\ &= -\frac{3}{2}\left(x - \frac{1}{3}\right)^2 + \frac{5}{3} \end{aligned}$$



$x = -1$ のとき最小値 -1 , このとき $y = 0$

$x = \frac{1}{3}$ のとき最大値 $\frac{5}{3}$, このとき $y = \pm \frac{2}{3}$

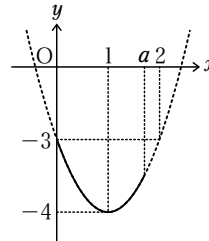
$$\begin{cases} x = -1, y = 0 \text{ のとき最小値 } -1 \\ x = \frac{1}{3}, y = \pm \frac{2}{3} \text{ のとき最大値 } \frac{5}{3} \end{cases} \text{ …… (答)}$$

4. $f(x) = x^2 - 2x - 3$ とおく

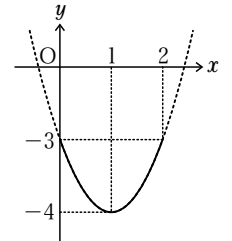
$$f(x) = (x-1)^2 - 4$$

$f(0) = -3$ より $x^2 - 2x - 3 = -3$ から $x = 0, 2$

(i) $0 < a < 2$ のとき (ii) $a = 2$ のとき

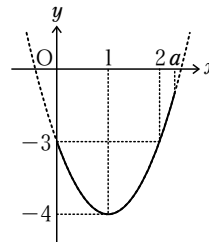


最大値 -3 ($x = 0$)



最大値 -3 ($x = 0, 2$)

(iii) $2 < a$ のとき



最大値 $f(a)$

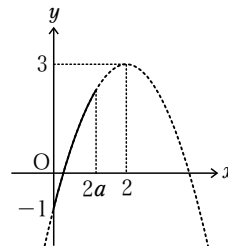
$$\text{(答)} \begin{cases} 0 < a < 2 \text{ のとき } -3 \text{ (} x=0 \text{)} \\ a = 2 \text{ のとき } -3 \text{ (} x=0, 2 \text{)} \\ 2 < a \text{ のとき } a^2 - 2a - 3 \text{ (} x=a \text{)} \end{cases}$$

5. $f(x) = -x^2 + 4x - 1$ とおく.

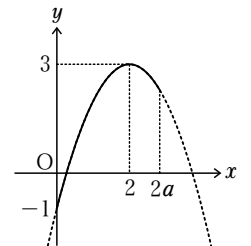
$$f(x) = -(x-2)^2 + 3$$

(i) $0 < a \leq 1$ のとき

(ii) $1 < a$ のとき



最大値 $f(2a)$



最大値 3 ($x = 2$)

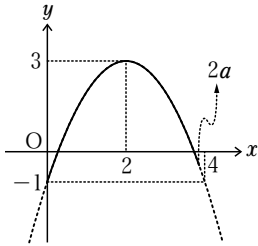
$$\text{(答)} \begin{cases} 0 < a \leq 1 \text{ のとき } -4a^2 + 8a - 1 \text{ (} x=2a \text{)} \\ 1 < a \text{ のとき } 3 \text{ (} x=2 \text{)} \end{cases}$$

6. $f(x) = -x^2 + 4x - 1$ とおく

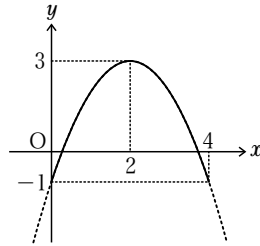
$$f(x) = -(x-2)^2 + 3$$

$$f(0) = -1 \text{ より } -x^2 + 4x - 1 = -1 \text{ から } x = 0, 4$$

(i) $0 < a < 2$ のとき (ii) $a = 2$ のとき

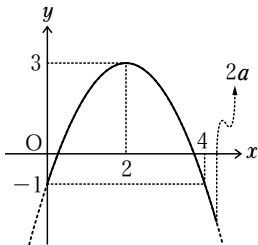


最小値 -1 ($x=0$)



最小値 -1 ($x=0, 4$)

(iii) $2 < a$ のとき



最小値 $-4a^2 + 8a - 1$ ($x=2a$)

$$(\text{答}) \begin{cases} 0 < a < 2 \text{ のとき } & -1 \text{ (} x=0 \text{)} \\ a = 2 \text{ のとき } & -1 \text{ (} x=0, 4 \text{)} \\ 2 < a \text{ のとき } & -4a^2 + 8a - 1 \text{ (} x=2a \text{)} \end{cases}$$

7. $y = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \frac{1}{4}a^2 + 3$

(i) $-1 \leq -\frac{a}{2} \leq 1$ すなわち $-2 \leq a \leq 2$ のとき

$$x = -\frac{a}{2} \text{ のとき最小値 } -\frac{1}{4}a^2 + 3$$

$$\text{一方 } x = -1 \text{ のとき } -a + 4$$

$$x = 1 \text{ のとき } a + 4$$

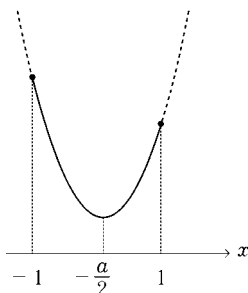
$$-a + 4 > a + 4 \text{ となるのは } a < 0 \text{ のとき}$$

$$-a + 4 < a + 4 \text{ となるのは } a > 0 \text{ のとき}$$

$$a = 0 \text{ のとき最大値 } 4 \text{ (} x = \pm 1 \text{)}$$

$$0 < a \leq 2 \text{ のとき最大値 } a + 4 \text{ (} x = 1 \text{)}$$

$$-2 \leq a < 0 \text{ のとき最大値 } -a + 4 \text{ (} x = -1 \text{)}$$

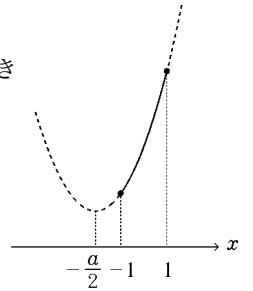


(ii)

$-\frac{a}{2} < -1$ すなわち $a > 2$ のとき

$$x = -1 \text{ のとき最小値 } -a + 4$$

$$x = 1 \text{ のとき最大値 } a + 4$$

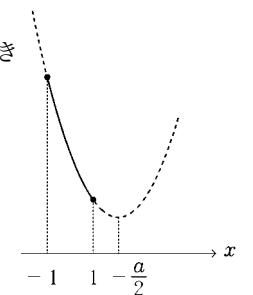


(iii)

$-\frac{a}{2} > 1$ すなわち $a < -2$ のとき

$$x = 1 \text{ のとき最小値 } a + 4$$

$$x = -1 \text{ のとき最大値 } -a + 4$$



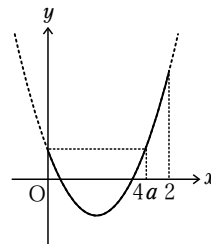
$$(\text{答}) \begin{cases} a < -2 \text{ のとき} \\ \quad \begin{cases} x = 1 \text{ のとき最小値 } a + 4 \\ x = -1 \text{ のとき最大値 } -a + 4 \end{cases} \\ -2 \leq a < 0 \text{ のとき} \\ \quad \begin{cases} x = -\frac{a}{2} \text{ のとき最小値 } -\frac{1}{4}a^2 + 3 \\ x = -1 \text{ のとき最大値 } -a + 4 \end{cases} \\ a = 0 \text{ のとき} \\ \quad \begin{cases} x = 0 \text{ のとき最小値 } 3 \\ x = \pm 1 \text{ のとき最大値 } 4 \end{cases} \\ 0 < a \leq 2 \text{ のとき} \\ \quad \begin{cases} x = -\frac{a}{2} \text{ のとき最小値 } -\frac{1}{4}a^2 + 3 \\ x = 1 \text{ のとき最大値 } a + 4 \end{cases} \\ 2 < a \text{ のとき} \\ \quad \begin{cases} x = -1 \text{ のとき最小値 } -a + 4 \\ x = 1 \text{ のとき最大値 } a + 4 \end{cases} \end{cases}$$

8. $f(x) = x^2 - 4ax + 2$ とおく.

$$f(x) = (x - 2a)^2 - 4a^2 + 2$$

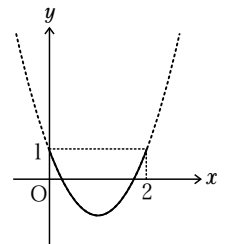
(i) $0 < a < \frac{1}{2}$ のとき

(ii) $a = \frac{1}{2}$ のとき



最大値 $f(2)$

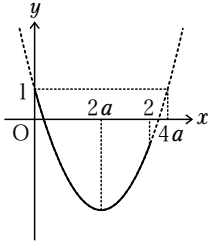
最小値 $f(2a)$



最大値 $f(0) = f(2)$

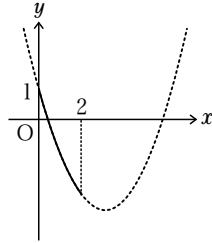
最小値 $f(2a)$

(iii) $\frac{1}{2} < a < 1$ のとき



最大値 $f(0)$
最小値 $f(2a)$

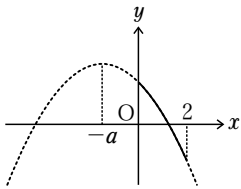
(iv) $1 \leq a$ のとき



最大値 $f(0)$
最小値 $f(2)$

(答) $\left\{ \begin{array}{l} 0 < a < \frac{1}{2} \text{ のとき 最大値 } 6 - 8a \text{ (} x = 2 \text{),} \\ \qquad \qquad \qquad \text{最小値 } -4a^2 + 2 \text{ (} x = 2a \text{)} \\ a = \frac{1}{2} \text{ のとき 最大値 } 2 \text{ (} x = 0, 2 \text{),} \\ \qquad \qquad \qquad \text{最小値 } -4a^2 + 2 \text{ (} x = 2a \text{)} \\ \frac{1}{2} < a < 1 \text{ のとき 最大値 } 2 \text{ (} x = 0 \text{),} \\ \qquad \qquad \qquad \text{最小値 } -4a^2 + 2 \text{ (} x = 2a \text{)} \\ 1 \leq a \text{ のとき 最大値 } 2 \text{ (} x = 0 \text{)} \\ \qquad \qquad \qquad \text{最小値 } 6 - 8a \text{ (} x = 2 \text{)} \end{array} \right.$

9. $f(x) = -x^2 - 2ax + 1$ とおく.
 $f(x) = -(x+a)^2 + a^2 - 1$



最大値 $f(0)$
最小値 $f(2)$

(答) 最大値 1 ($x = 0$), 最小値 $-3 - 4a$ ($x = 2$)